



## CUADERNO DE SABERES PREVIOS Y COMPLEMENTOS MATEMÁTICA “5TO DE SECUNDARIA TÉCNICO”

Santo Domingo, República Dominicana, **5ta Edición 2024-2025 NUEVA ADECUACIÓN CURRICULAR**, 4ta Edición 2022-2023 3era edición 2021-2022, 2da edición 2020-2021, 1era edición 2019-2020.

Esta obra ha sido registrada en la ONDA  
En la fecha: 17 de junio del 2009  
Con el No. 0006343 en el libro No. 13  
En cumplimiento a la ley 65-2000 sobre el derecho del autor.

Teléfonos: Oficina: **809-530-2883**, Móvil: **809-804-8695**

El texto Cuaderno de Saberes Previos y Complementos Matemática “5<sup>to</sup> de Secundaria Técnico”, es una obra esquematizada, resumida y diseñada por Genaro ZORRILLA, para Ediciones Zorrilla SRL, en la Republica Dominicana.

Ilustración de portada: **Keyla Zorrilla Martínez (dominicana)**  
Dirección de artes: **Keyla Zorrilla Martínez (dominicana)**  
Corrección de estilo: **Genaro Zorrilla (dominicano)/ Keyla Zorrilla Martínez**  
Revisión del Material: **Keyla Zorrilla Martínez/Josué Zorrilla Martínez**

**Editor General: Genaro Zorrilla (dominicano)**

Este cuadernillo ha sido realizado de conformidad con el currículo vigente de la **MINERD (2024)**

**Registro ISBN: 978-9945-18-976-6**

Reservados todos los derechos. No se permite la reproducción total o parcial de esta obra, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio (electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros) sin autorización previa y por escrito de los titulares del copyright. La infracción de dichos derechos puede constituir un delito contra la propiedad intelectual.

**Visita**

**[www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com)**

## ÍNDICE DEL CONTENIDO: 5TO SECUNDARIA TÉCNICO

	Unidades que se tratan en este cuaderno de trabajo	Pág.
	<b>Propiedad Intelectual</b>	<b>1</b>
	Índice General Cuaderno Reforzamiento y Complemento	<b>2</b>
<b>0</b>	<b>Operaciones Con Números Naturales, Enteros Y Potencia</b> Adición, Sustracción, Multiplicación, División, Operaciones combinadas, Problema	<b>5</b>
<b>0</b>	<b>Operaciones Con Números Enteros</b> Adición, Sustracción, Multiplicación, División, Operaciones combinadas, Problema	<b>6</b>
	<b>Conjuntos, Producto cartesiano, Relaciones y Funciones.</b>	
<b>1</b>	<b>Saberes Previos: Conjuntos</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>COMPETENCIA: CONJUNTOS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Tipos de conjuntos</li> <li>➤ Forma de expresar un conjunto dado</li> <li>➤ Intersección de conjuntos, Unión de conjuntos, Subconjuntos de un conjunto dado</li> <li>➤ Complemento de un conjunto, Diferencia simétrica de un conjunto</li> <li>➤ Leyes de Morgan, Diferencia de un conjunto, Igualdad de un conjunto</li> <li>➤ Conjuntos disjuntos, Cardinal de un conjunto</li> </ul>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Saberes Previos: Relaciones y Funciones</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>COMPETENCIA: RELACIONES Y FUNCIONES</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Investigación utilidad de las Relaciones en la vida diaria</li> <li>➤ Relaciones Binaria: Clasificación y grafico</li> <li>➤ Clasificar las relaciones: Reflexiva, Simétrica, Antisimétrica, Transitiva, Orden y Equivalencia.</li> <li>➤ Conceptos: Función Inyectiva, Función Sobreyectiva, Función Biyectiva, Función Constate</li> <li>➤ Conjunto, Par Ordenado</li> <li>➤ Dominio</li> <li>➤ Codominio o Recorrido</li> <li>➤ Problemas de funciones lineal</li> <li>➤ Grafica de funciones cuadráticas de la forma: <math>f(x) = y = Ax^2 + Bx + C</math></li> <li>➤ Grafica de funciones cuadráticas de la forma: <math>f(y) = x = Ay^2 + By + C</math></li> <li>➤</li> </ul>	<b>20</b>
	<b>Funciones Trigonométricas</b>	
<b>3</b>	<b>Saberes Previos: Trigonometría triángulos Rectángulos</b>	<b>32</b>
<b>3</b>	<b>COMPETENCIA: TRIGONOMETRÍA (TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Origen y desarrollo de la trigonometría</li> <li>✓ Reconocer el cateto adyacente de un triángulo rectángulo</li> <li>✓ Reconocer el cateto opuesto de un triángulo rectángulo</li> <li>✓ Funciones trigonométricas.</li> <li>✓ Ejercicios de funciones trigonométricas</li> <li>✓ Funciones trigonométricas de ángulos notables y especiales.</li> <li>✓ Valores numéricos de funciones trigonométricas</li> <li>✓ Problemas aplicando funciones trigonométricas</li> </ul>	<b>37</b>
<b>3</b>	<b>COMPLEMENTOS: TRIGONOMETRÍA</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Hiparco de Nicea</li> <li>✓ John Napier</li> <li>✓ Claudio Ptolomeo</li> <li>✓ Lenhard Euler</li> <li>✓ Pitágoras</li> <li>✓ Herón de Alejandría</li> </ul>	<b>53</b>

4	<b>Saberes Previos:</b> Graficas de funciones Trigonométricas	55
4	<b>COMPETENCIA: TRIGONOMETRIAS (GRAFICAS DE FUNCIONES)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Función Seno</li> <li>➤ Función Coseno</li> <li>➤ Función Tangente</li> </ul>	55
5	<b>Saberes Previos:</b> Identidades trigonométricas	58
5	<b>COMPENECIA: TRIGONOMETRIAS (IDENTIDADES)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Identidades trigonométricas (Pitagóricas, por cocientes e inversas)</li> </ul>	59
6	<b>Saberes Previos:</b> Trigonometría triángulos Oblicuángulos	62
6	<b>COMPETENCIA: TRIGONOMETRÍA (TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Ley de los senos</li> <li>➤ Ley de los cosenos</li> <li>➤ Ejercicios de triángulos oblicuángulos</li> <li>➤ Problemas de triángulos oblicuángulos</li> </ul>	64
7	<b>Saberes Previos:</b> Área de triángulos Oblicuángulos	70
7	<b>COMPETENCIA: ÁREA DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Ejercicios de área de triángulos oblicuángulos</li> <li>➤ Problemas de área de triángulos oblicuángulos</li> </ul>	71
<b>Vectores, Matrices y Sistema de Ecuaciones</b>		
8	<b>Saberes Previos:</b> Vectores	74
	<b>Saberes Previos: Factorización</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Factorización con factor común</li> <li>➤ factorización diferencia de cuadrado</li> <li>➤ factorización Mónica</li> <li>➤ factorización no Mónica</li> </ul>	75
8	<b>COMPETENCIA: VECTORES</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Vectores.</li> <li>➤ Opuesto</li> <li>➤ Vectores unitarios</li> <li>➤ Operaciones (adición, sustracción, multiplicación)</li> <li>➤ Grafica</li> <li>➤ Dado el vector determine su resultante gráfica y analíticamente</li> <li>➤ Problema</li> </ul>	76

9	<b>Saberes Previos:</b> Matrices	<b>88</b>
9	<b>COMPETENCIA: MATRICES</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matrices.</li> <li>➤ Elementos de matriz</li> <li>➤ Orden de la matriz</li> <li>➤ Operaciones con matrices (Traspuesta,</li> <li>➤ Adición,</li> <li>➤ Sustracción,</li> <li>➤ Multiplicación</li> <li>➤ Multiplicación de matrices por si misma (matrices cuadradas)</li> <li>➤ Determinante</li> <li>➤ Determinar un término conociendo la determinante</li> <li>➤ cuadrada)</li> <li>➤ Matriz inversa aplicando formula</li> <li>➤ Matriz Inversa, aplicando los cofactores y menor complementario</li> </ul>	<b>91</b>
10	<b>Saberes Previos:</b> Sistema de Ecuaciones lineales aplicando Matrices y otros métodos	<b>108</b>
10	<b>COMPETENCIA: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES APLICANDO MATRICES y OTROS MÉTODOS.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Sistema de ecuaciones lineales por medio de matrices.</li> <li>➤ Sistema de ecuaciones lineales por medio de <u>matriz inversa.</u></li> <li>➤ Sistema de ecuaciones lineales por medio de Gauss.</li> <li>➤ Sistema de ecuaciones por medio de Gauss-Jordán.</li> </ul>	<b>110</b>
<b>Estadística y Probabilidad</b>		
11	<b>Saberes Previos:</b> Estadística	<b>118</b>
11	<b>COMPETENCIA: ESTADÍSTICA</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Media Geométrica,</li> <li>➤ Media Aritmética,</li> <li>➤ Percentiles,</li> <li>➤ Cuartiles, etc</li> <li>➤ Medidas de dispersión datos no agrupados.</li> </ul>	<b>120</b>
12	<b>Saberes Previos:</b> probabilidad	<b>140</b>
12	<b>COMPETENCIA: PROBABILIDAD</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Probabilidad de sucesos Compatibles</li> <li>➤ Probabilidad de sucesos Incompatibles</li> <li>➤ Probabilidad de sucesos Dependientes</li> <li>➤ Probabilidad de sucesos Independientes</li> <li>➤ Variable Aleatoria Discreta</li> <li>➤ Permutaciones</li> <li>➤ Combinaciones</li> <li>➤ Distribución Binomial</li> <li>➤ Distribución Normal</li> <li>➤ Esperanza matemática o valor esperado</li> </ul>	<b>144</b>

**Guárdalo para cuando estés en la universidad.**

# SABERES PREVIOS: TEORÍA DE CONJUNTOS

## INVESTIGA LA UTILIDAD DE LAS UTILIDAD DE LOS CONJUNTOS EN LA VIDA DIARIA

**Conjuntos:** "agrupación bien definida de objetos no repetidos y no ordenados, es decir, es la colección o agrupación de objetos diferentes que tienen al menos una propiedad en común". Así, se puede hablar de un conjunto de personas, ciudades, gafas, lapiceros o del conjunto de objetos que hay en un momento dado encima de una mesa o un conjunto vacío.

Dados los números naturales:  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$

Debe de recordar que un número es primo solamente si es divisible por sí mismo y la unidad. Debe recordar que los múltiplos de 3, son los números que son divisibles solamente por 3. Debe recordar que los divisores de 8, son los números que dividen de forma exacta el número 8.

### 1. DETERMINA LO QUE TE PIDEN A CONTINUACIÓN

10. ¿Cuáles números son impares y múltiplos de 3, del 1 al 20?: {\_\_\_\_\_}

11. De los números pares, cuales **no** son múltiplos de 4, del 1 al 20 {\_\_\_\_\_}

12. ¿De los múltiplos de 5, cuales no están en los impares del 1 al 20?: {\_\_\_\_\_}

13. ¿Cuáles números son primos y divisores de 3, del 1 al 20?: {\_\_\_\_\_}

14. ¿Cuáles números son primos y múltiplos de 3, del 1 al 20?: {\_\_\_\_\_}

15. ¿Cuáles números son primos y múltiplos de 4, del 1 al 20?: {\_\_\_\_\_}

## COMPETENCIA: TEORÍA DE CONJUNTOS

2. ESCRIBE EL VALOR DE VERDAD, DE CADA UNA DE LAS SIGUIENTES PROPOSICIONES CON CUANTIFICADORES, SABIENDO QUE  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

3)  $\exists x: x + 10 < 10$  \_\_\_\_\_

4)  $\forall x: 5x + 7 > 15$  \_\_\_\_\_

3. EXPRESA POR EXTENSIÓN LOS SIGUIENTES CONJUNTOS

$F = \{\text{Tres provincia de la región Norte}\}$

$F = \{_____ \}$

$G = \{\text{Tres provincia de la región Sur}\}$

$G = \{_____ \}$

#### 4. EXPRESA POR COMPRENSIÓN LOS SIGUIENTES CONJUNTOS

$$D = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$D = \{ \rule{15cm}{0.4pt} \}$$

$$E = \{San\ Cristóbal, Peravia, Azua, Barahona, San\ Juan, Elía\ Piña, San\ José\ de\ Ocoa\}$$

$$E = \{ \rule{15cm}{0.4pt} \}$$

#### 5. DETERMINA GRÁFICA EN DIAGRAMA VENN-EULER Y ANALÍTICAMENTE

Ver ejemplos en [www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com)

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{4, 6, 8\} \text{ y } C = \{2, 5, 6, 8\} \quad U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

a) $A \cup B$	b) $A \cap C$	e) $A \Delta B$	f) $(A \Delta C) - B$
g) $(A \cup C) - (A \Delta B)$	h) $(B \Delta C) - (A \cap B)$	j) $U \cap C$	k) $A - C$

#### 10. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS

1. En una encuesta realizada a 120 personas, se descubrió que a 48 le gustaba la leche, a 78 el café y a 66 el té. Además, a 36 le gustaba cualquier par de estas bebidas y a 24 le gustaba la leche, el café y el té.
- ¿A cuántas personas le gusta solamente el té?
  - ¿A cuántas personas le gusta solamente la leche?
  - ¿A cuántas personas le gusta solamente el café?
  - ¿Cuántas personas no beben ninguna de las opciones ofrecidas?

## COMPETENCIA: RELACIONES Y FUNCIONES

### 1. INVESTIGA LA UTILIDAD DE LAS RELACIONES EN LA VIDA DIARIA

### 2. INVESTIGA LA UTILIDAD DE LAS FUNCIONES EN LA VIDA DIARIA

1 Juan 4:18 En el amor no hay temor, sino que el perfecto amor echa fuera el temor; porque el temor lleva en sí castigo. De donde el que teme, no ha sido perfeccionado en el amor.

### 3. COMPLETA LOS ESPACIOS CORRECTAMENTE CON LOS ENUNCIADOS QUE APARECEN EN EL RECUADRO.

Función Biyectiva, Trascendentes, Función, Función Inyectiva, Función Sobreyectiva, Simétrica, Conjunto. Par Ordenado, Dominio, Recorrido, Función constante, Reflexiva, Producto Cartesiano, Transitiva, Algebraicas, Relación Binaria
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

12. \_\_\_\_\_ es una función donde el elemento del dominio tiene como imagen al mismo elemento.

13. El logaritmo y la función exponencial son ejemplos de funciones \_\_\_\_\_

14. Las funciones racionales y la función raíz cuadrada son ejemplos de funciones \_\_\_\_\_

#### 4. SELECCIONA LA RESPUESTA CORRECTA

12. Son las propiedades con que cumple la compuesta de dos funciones

a)  $f \circ g = g \circ f$   
 $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$

Es conmutativa y es asociativa

b)  $f \circ g = g \circ f$   
 $f \circ (g \circ h) \neq (f \circ g) \circ h$

Es conmutativa y no es asociativa

c)  $f \circ g \neq g \circ f$   
 $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$

No es conmutativa y es asociativa

d)  $f \circ g \neq g \circ f$   
 $f \circ (g \circ h) \neq (f \circ g) \circ h$

No es conmutativa y no es asociativa

#### 5. DADA LAS SIGUIENTES FUNCIONES, CLASIFICALAS EN ALGEBRAICAS Y TRASCENDENTES

a)  $g(x) = \log(2x + 3)$  \_\_\_\_\_ b)  $g(x) = \sin(5x^2 + 5x - 3)$  \_\_\_\_\_

e)  $f(x) = \sqrt[3]{3x + 4z - 8}$  \_\_\_\_\_ f)  $f(x) = \frac{3x - 8}{4x - 6}$  \_\_\_\_\_

#### 6. RESUELVE CADA UNO DE LOS EJERCICIOS SIGUIENTES

1) Sea el conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  y el producto cartesiano del mismo

$$x = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3) \\ (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5) \end{array} \right\}$$

**CLASIFICA LAS SIGUIENTES RELACIONES SEGÚN SUS PROPIEDADES:**

Reflexiva, Simétrica, Antisimétrica, Transitiva, Orden y Equivalencia.

$R_7 = \{(1,1), (2,3), (2,2), (3,1), (3,3), (4,1), (4,4), (5,5)\}$  \_\_\_\_\_

2. DADO EL CONJUNTO  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 5, 7\}$ , DETERMINA LAS SIGUIENTES RELACIONES:

b)  $R_2 = \{(x, y) / x \in A \wedge y \in A \wedge x - y \leq 0\} =$

4. DADA LAS SIGUIENTES FUNCIONES, ESTABLECE:

a) ¿Cuál es función y por qué? \_\_\_\_\_

#### 6. COMPLETA LOS ESPACIOS EN BLANCOS CORRECTAMENTE

b. Si  $f(x) = 2x + 4$  y  $g(x) = 4x^2 - 3x - 9$ , el resultado de  $f(-5)$  y  $g(3)$  es \_\_\_\_\_

## 7. DADAS LAS FUNCIONES

$$f(x) = 5x^2 + 8x - 3 \quad g(x) = -x^2 - 9 \quad h(x) = 2x - 6$$

**DETERMINA** Al lado de la dificultad está la facilidad... Siempre que quieras vencer. (E. Mensajero)

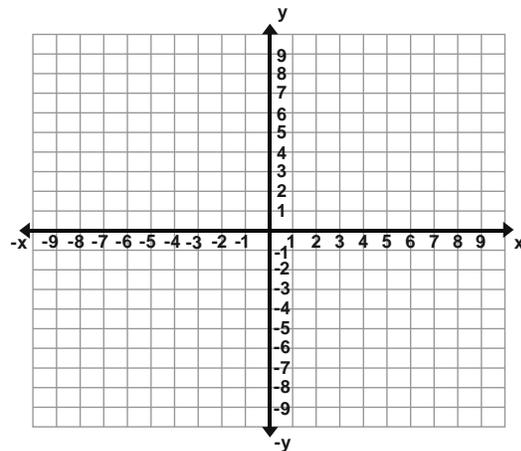
a)  $3f(4) + 4g(-3) - 2h(-2) =$

## 9. EN LAS SIGUIENTES FUNCIONES, REALIZAR LA GRÁFICA.

**Forma General:**  $y = Ax^2 + Bx + C$

a)  $f(x) = y = x^2 - 3x - 4 \quad D = \{-2 \leq x \leq 5\}$

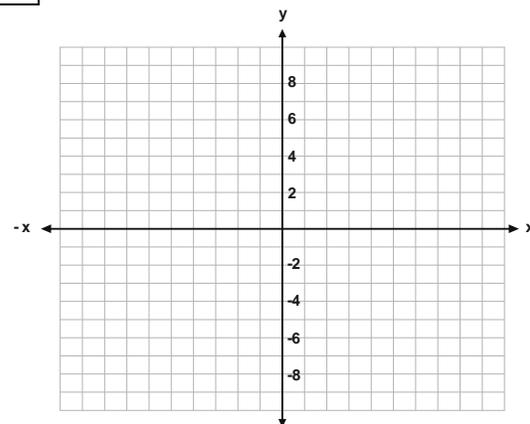
$x$	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = y$								



**Forma General:**  $x = Ay^2 + By + C$

c)  $f(y) = x = 2y^2 - 8y \quad D = \{-1 \leq y \leq 5\}$

$y$	-1	0	1	2	3	4	5
$f(y) = x$							



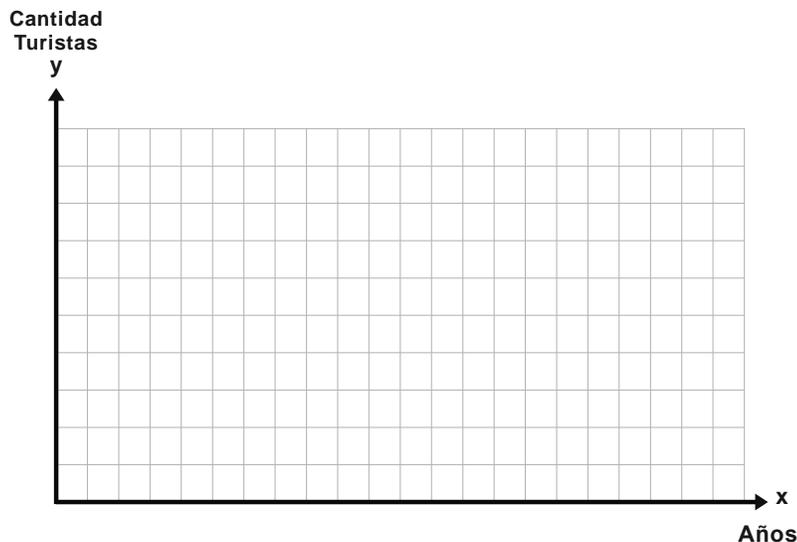
Proverbio 22: 28 No traspases los linderos antiguos Que pusieron tus padres.

## 10. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS

HAZ UNA GRÁFICA DE LOS AÑO 2000-2010, FUNCIÓN DE LA LLEGADA DE TURISTA A REPUBLICA DOMINICANA EXTRANJERO NO RESIDENTE Y DOMINICANO NO RESIDENTE DESDE EL AÑO 2010 HASTA EL AÑO 2020.

a) Debes de buscar los datos en el internet, los datos de la entrada de turista están en millones.

b) Haz la gráfica desde el año 2010-2020



Años (x)	Cantidad Turistas (y)
2010	
2011	
2012	
2013	
2014	
2015	
2016	
2017	
2018	
2019	
2020	

c) ¿Cuántos turistas llegaron desde el año 2010-2015?

d) ¿Cuántos turistas llegaron desde el año 2016-2020?

e) ¿De cuánto fue el incremento de turistas entre el año 2010 -2015 y el 2016-2020?

*Filipenses 4: 13 Todo lo puedo en Cristo que me fortalece.*

## COMPETENCIA: TRIGONOMETRÍA

### 2. DEFINE LOS SIGUIENTES CONCEPTOS

a) Seno de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo en el plano: \_\_\_\_\_

b) Coseno de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo en el plano: \_\_\_\_\_

c) Tangente de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo en el plano: \_\_\_\_\_

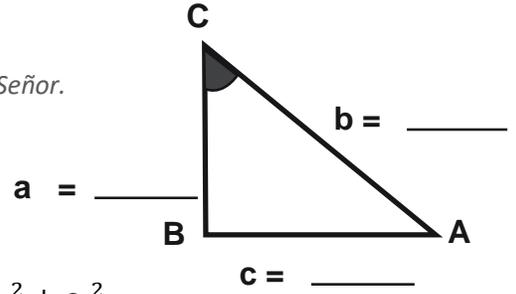
g) ¿A qué se llama ángulo de Depresión de un  $\triangle$ ? \_\_\_\_\_

h) ¿A qué se llama ángulo de Elevación de un  $\triangle$ ? \_\_\_\_\_

#### 4. DETERMINA LOS ELEMENTOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS, QUE FALTAN.

Colosenses 3:20 Hijos, obedeced a vuestros padres en todo, porque esto agrada al Señor.

b) Dado el  $\triangle MNP$  siendo su  $\text{Cosec } M = \frac{n}{m} = \frac{7}{3}$   
 Determina las funciones trigonométricas del  $\sphericalangle M$  y  $\sphericalangle P$



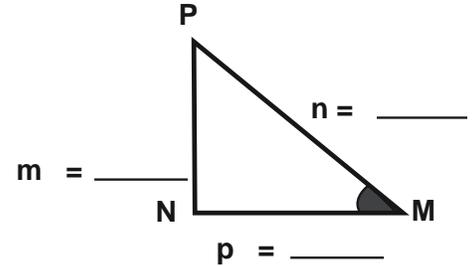
$$\text{hip} = n = 7 \quad c_{\text{opuesto}} = m = 3 \quad c_{\text{adyacente}} = p = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{hip}^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$\text{hip}^2 = c_1^2 + c_2^2 \quad n^2 = m^2 + p^2 \rightarrow m^2 + p^2 = n^2 \rightarrow$$

$$m^2 + p^2 - m^2 = n^2 - m^2 \quad p^2 = n^2 - m^2 \quad \sqrt{p^2} = \sqrt{n^2 - m^2}$$

$$p = \sqrt{n^2 - m^2} \quad p = \sqrt{(\underline{\hspace{1cm}})^2 - (\underline{\hspace{1cm}})^2}$$

$$p = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}} \quad p = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}}}$$



Debes descomponer  $p = \underline{\hspace{2cm}}$

Nota: Debes de racionalizar en el denominador cuando sea necesario.

$\text{sen } M = \frac{m}{n} = \frac{\square}{\square}$	$\text{cos } M = \frac{p}{n} = \frac{\square}{\square}$	$\text{tan } M = \frac{m}{p} = \frac{\square}{\square}$
$\text{csc } M = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\text{sec } M = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\text{cot } M = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$
$\text{sen } P = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\text{cos } P = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\text{tan } P = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$
$\text{csc } P = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\text{sec } P = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\text{cot } P = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

Analiza la relación que hay en el ángulo M y P, qué conclusiones puedes aportar

---



---

## 9. DETERMINA EL VALOR NUMÉRICO DE LA EXPRESIÓN SIGUIENTE, SIN HACER USO DE LA CALCULADORA.

Ver ejemplos en [www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com) NOTA: debe saber los valores de los ángulos notables  $30^\circ$ ;  $45^\circ$  y  $60^\circ$

a)  $\cos 30^\circ \times \cos 45^\circ - \operatorname{sen} 30^\circ \times \operatorname{sen} 45^\circ =$

### EXTRAS

j) $2 \cos 180^\circ + \operatorname{sen} 270^\circ =$	k) $5 \cos^2 30^\circ + 3 \operatorname{sen}^2 60^\circ =$	l) $\frac{4 \operatorname{sen}^2 30^\circ - \cos^2 30^\circ}{\cos 240^\circ \times \cot 30^\circ} =$
--------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------

Juan 1:5 La luz en las tinieblas resplandece, y las tinieblas no prevalecieron contra ella.

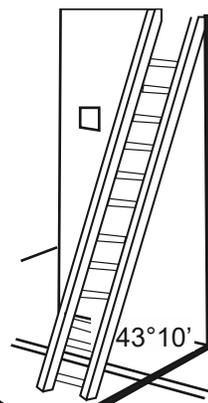
## 11. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.

Ver ejemplos en [www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com)

Nota: debe de tener una calculadora científica.

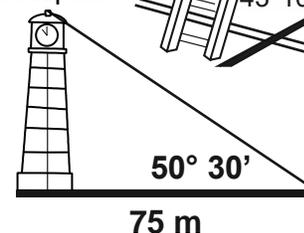
1. El extremo superior de una escalera está apoyado en una pared a 35 m del suelo. Si el ángulo formado por la escalera y el suelo es de  $43^\circ 10'$ . ¿Cuál es la longitud de la escalera?

$$\operatorname{Sen} 43^\circ 10' = 0.68.., \quad \operatorname{Cos} 43^\circ 10' = 0.73.., \quad \operatorname{Tan} 43^\circ 10' = 0.94 \dots$$



2. Cuando el reloj marca las 11:00 AM, el ángulo de elevación del sol con relación a la cúspide de un monumento es de  $50^\circ 30'$ . Si la sombra que proyecta ese monumento es de 75 m. ¿Cuál es la altura de la cúspide del monumento?

$$\operatorname{Sen} 50^\circ 30' = 0.77\dots, \quad \operatorname{Cos} 50^\circ 30' = 0.64.., \quad \operatorname{Tan} 50^\circ 30' = 1.21..$$



## SABERES PREVIOS DE IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

INVESTIGA LA UTILIDAD DE LA IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICA EN EL QUEHACER COTIDIANA EN UNA HOJA

### COMPETENCIA: DE IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

**Identidades trigonométricas:** es la serie de relaciones o igualdades que existen entre las funciones trigonométricas.

#### 1. DEMUESTRA LA SIGUIENTE IDENTIDAD TRIGONOMÉTRICA.

Ver ejemplos en [www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com) Nota: debemos ver la igualdad como un conjunto de números.

a) $\frac{1}{\operatorname{sen} x \operatorname{sec} x} = \cot x$	b) $\frac{1}{\operatorname{sen} x \operatorname{sec} x} = \cot x$
-------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------

# COMPETENCIA: TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Un triángulo oblicuángulo: es el triángulo que no es rectángulo.  
No se puede resolver por el teorema de Pitágoras.

*Trabajemos por y para la patria, que es trabajar para nuestros hijos y para nosotros mismos. (J. P. Duarte)*

## 1. DADOS LOS SIGUIENTES TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS, DETERMINA LOS ELEMENTOS DEL TRIÁNGULOS QUE FALTAN.

*¿Por qué tus culpas de tus fracasos a los demás y de tus éxitos a ti mismo? Heidin Martínez Pujols*

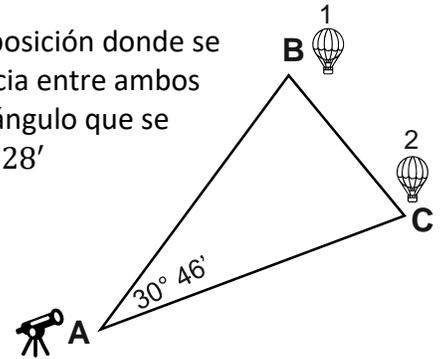
## 2. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

1. Un observador desea **determinar el ángulo del globo B** con relación a la posición donde se encuentra el observador y la distancia del observador al globo 2; si la distancia entre ambos globos 200 m, la distancia entre él observador y el globo 1 es de 335 m y el ángulo que se forma entre el telescopio y los dos globos es de  $30^{\circ}46'$  y el ángulo C es  $75^{\circ}28'$

$$\text{Sen } 30^{\circ}46' = 0.51.. \quad \text{cos } 30^{\circ}46' = 0.86..$$

$$\text{Sen } 75^{\circ}28' = 0.97.. \quad \text{cos } 78^{\circ}28' = 0.25..$$

**Nota: Debe saber si va a usar la Ley del Seno o Ley del Coseno**



*Romanos 10:9 que, si confesares con tu boca que Jesús es el Señor, y creyeres en tu corazón que Dios le levantó de los muertos, serás salvo.*

# COMPETENCIA: ÁREA O SUPERFICIE DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

## 1. INVESTIGA LA UTILIDAD DE LOS TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS EN LA VIDA DIARIA

### 1. ÁREA O SUPERFICIE EN FUNCIÓN DE DOS LADOS Y EL ÁNGULO COMPRENDIDO

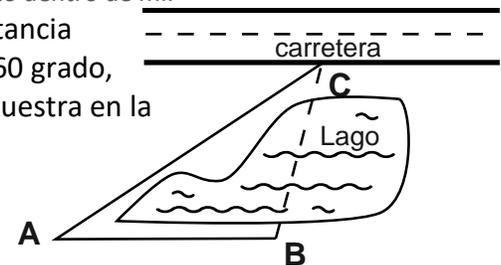
$$A = S = \frac{a b \text{ Sen } C}{2}$$

$$A = S = \frac{b c \text{ Sen } A}{2}$$

$$A = S = \frac{a c \text{ Sen } B}{2}$$

*Salmos 51:10 Crea en mí, oh, Dios, un corazón limpio, Y renueva un espíritu recto dentro de mí.*

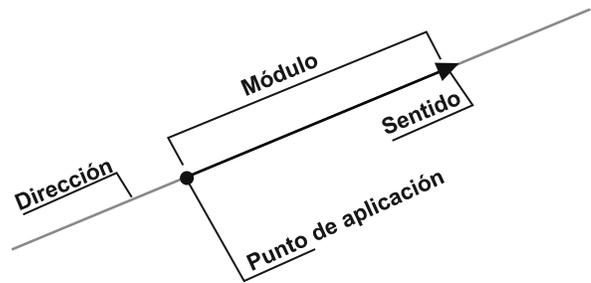
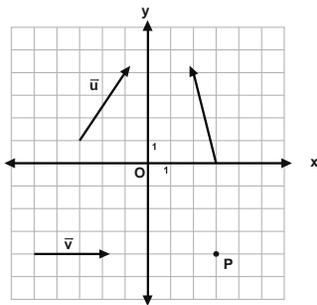
4. En el lago Enriquillo se localizan dos puertos, el A y el B, cuya distancia entre ellos es de 3.25 km. Desde el puerto A girando un ángulo de 60 grado, se tiene una distancia de 4.75 km hasta la carretera (C), según se muestra en la figura. **¿Cuál es la superficie o área del lago Enriquillo?**



*Proverbios 13:20 El que anda con sabios, sabio será; Mas el que se junta con necios será quebrantado.*

# COMPETENCIA: VECTORES

## 1. INVESTIGA LA UTILIDAD DE LOS VECTORES EN LA VIDA DIARIA



Un vector: es un agente que transporta algo de un lugar a otro.

## 2. DETERMINA EL OPUESTO DE LOS SIGUIENTES VECTORES

1)  $\vec{A} = (4,5)$  \_\_\_\_\_      2)  $\vec{B} = (-3,-2)$  \_\_\_\_\_      3)  $\vec{C} = (0,3)$  \_\_\_\_\_

## 3. OBTÉN EL VECTOR RESULTANTE ANALÍTICAMENTE DE LOS DE VECTORES.

$\vec{A} = (-2, 5), \vec{B} = (3, -4), \vec{C} = (-8, -6), \vec{D} = (4, 6), \vec{E} = (0, 2), \vec{F} = (-1, -2), K_1 = 2, K_2 = \frac{1}{2}$   
 $k\vec{A} = [(k \times x), (k \times y)]$

a)  $K_1 \times \vec{A}$        $K_1 = \underline{\quad}$        $x = \underline{\quad}$        $y = \underline{\quad}$

## 4. OBTÉN EL VECTOR RESULTANTE ANALÍTICAMENTE DE LOS DE VECTORES.

$\vec{A} = (-2, 5), \vec{B} = (3, -4), \vec{C} = (-8, -6), \vec{D} = (4, 6), \vec{E} = (0, 2), \vec{F} = (-1, -2), K_1 = 2, K_2 = \frac{1}{2}, K_3 = -\frac{2}{3}$   
 $\vec{A} + \vec{B} = [(x_1 + x_2), (y_1 + y_2)]$

1)  $\vec{A} + \vec{B}$        $\vec{A} = x_1 = \underline{\quad}$        $y_1 = \underline{\quad}$        $\vec{B} = x_2 = \underline{\quad}$        $y_2 = \underline{\quad}$

Zacarías 9:9 Alégrate mucho, hija de Sion; da voces de júbilo, hija de Jerusalén; he aquí tu rey vendrá a ti, justo y salvador, humilde, y cabalgando sobre un asno, sobre un pollino hijo de asna.

## 7.DETERMINA EL MÓDULO ANALÍTICAMENTE.

1)  $\vec{N} = (-4,2)$        $x = -4$        $y = 2$        $|\vec{N}| = \sqrt{x^2 + y^2},$

## 11. DETERMINA EL VALOR DE X PARA QUE EL PRODUCTO ESCALAR DE $\vec{A} \times \vec{B}$ SEA:

$\vec{A} \times \vec{B} = [(x_1 \times x_2) + (y_1 \times y_2)]$

a) Si  $\vec{A} \times \vec{B} = 4$      $\vec{A} = (x, 1)$  y  $\vec{B} = (5, -10)$      $x_1 = x$      $y_1 = 1$      $x_2 = 5$      $y_2 = -10$

## 12. DETERMINA LA TRAZA DE LOS SIGUIENTES VECTORES

Nota: Debes observar que hay números que faltan, si lo consideras debes agregarlo.

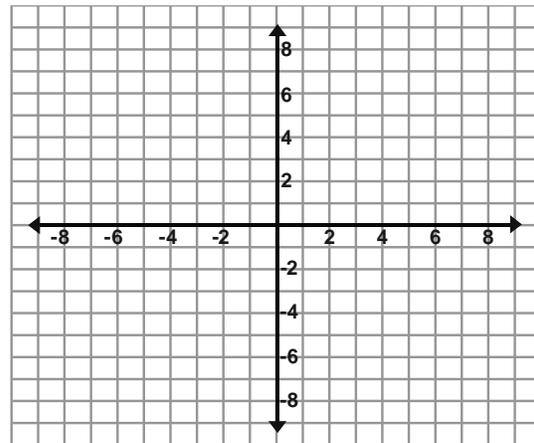
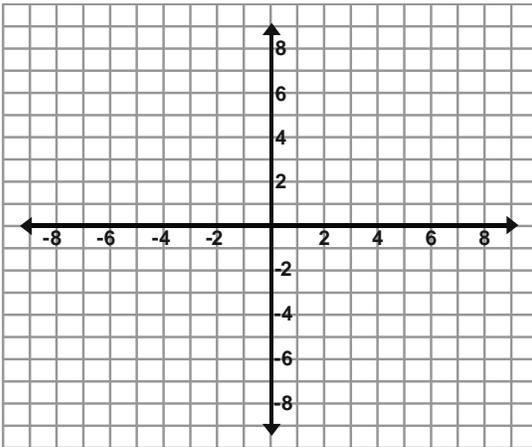
a)  $\vec{A} = (0,0)$ ;  $\vec{B} = (-7,5)$

b)  $\vec{A} = (-4,5)$ ;  $\vec{B} = (-3,-4)$

Proverbios 3: 5 Fíate de Jehová de todo tu corazón, Y no te apoyes en tu propia prudencia

**13. DADOS LOS VECTORES  $\vec{A}(8,4)$ ,  $\vec{B}(-1,4)$ ,  $\vec{C}(4,0)$  y  $\vec{D}(0,-6)$  DETERMINA LA RESULTANTE GRÁFICAMENTE DE LAS SIGUIENTES OPERACIONES CON VECTORES.**

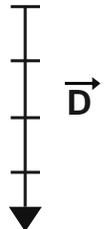
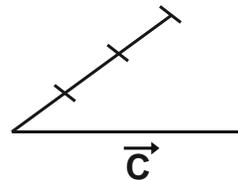
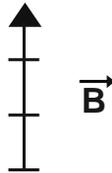
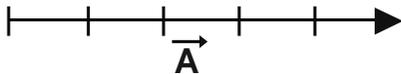
a) $\vec{A} + \vec{C} + \vec{B}$	b) $\vec{A} + \vec{D} - \vec{B}$	c) $\vec{C} + \vec{B} + \vec{A} + \vec{D}$	d) $\vec{D} - 2\vec{B} - \vec{C}$	e) $\vec{D} - \frac{\vec{A}}{2} + 2\vec{C}$	f) $\vec{D} - \frac{3\vec{C}}{2} - 2\vec{B}$
----------------------------------	----------------------------------	--------------------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------------------	----------------------------------------------



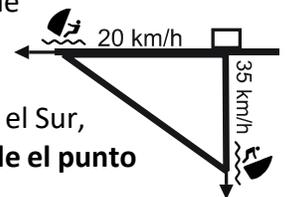
Proverbios 15: 6 En la casa del justo hay mucha riqueza, pero en las ganancias del impío hay turbación.

**14. DETERMINA LOS VECTORES SIGUIENTES, CONOCIDOS LOS ELEMENTOS.**

1 Unidad = 5 m



3. Jorge Luis ha salido de la playa en una tabla de windsurfing arrastrado por un viento que tiene una velocidad de 20 Km./h en sentido hacia el Oeste, a los cuatro minutos se ha caído y ha estado descansando sobre la tabla unos 15 minutos, al levantar la vela nuevamente observa que se ha levantado un viento fuerte de 35 Km./h, en sentido hacia el Sur, y después de navegar otros 10 minutos, el desea saber a qué distancia se encuentra desde el punto de descanso al punto actual con relación a la playa.



El no querer es la causa, el no poder el pretexto (Séneca)

**5. DETERMINA LA POSICIÓN DE LA SIGUIENTE MATRIZ**

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 & 8 \\ 0 & 7 & -2 & 6 \\ 3 & -5 & 5 & 1 \\ -9 & -7 & -1 & -8 \end{pmatrix} \quad \mathbf{1} = \mathbf{a}_{3,4} \quad -1 = \underline{\hspace{1cm}} \quad -3 = \underline{\hspace{1cm}} \quad -8 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 5 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 0 = \underline{\hspace{1cm}}$$

9=\_\_\_\_\_ 6=\_\_\_\_\_ -6=\_\_\_\_\_ 8=\_\_\_\_\_ 7=\_\_\_\_\_ -9=\_\_\_\_\_ 3=\_\_\_\_\_ -2=\_\_\_\_\_

### 9. RESUELVE LOS SIGUIENTES PORBLEMAS DE MATRICES.

1. La empresa Ediciones Zorrilla SRL, le está pidiendo a dos distribuidores un aumento de un 25% en las ventas del mes de Agosto sobre las ventas del mes de Julio en la Región Este, Región Sur y Distrito Nacional de los libros 1ero, 2do y 3ero de primaria. **Determina el aumento de las ventas del mes de Agosto, y las ventas totales del aumento sobre el mes de Julio.**

Cuadro de Ventas del mes de Julio por Región.

Regiones	1ero Primaria	2do Primaria	3ero Primaria
Región Este	2,500	4,600	6,500
Región Sur	3,260	7,500	8,400
Distrito Nacional	14,560	7,500	8,400

Cuadro de Ventas del mes de Agosto por Región.

Regiones	1ero Primaria	2do Primaria	3ero Primaria
Región Este	2,500 x 25%		
Región Sur			
Distrito Nacional			

Regiones	1ero Primaria	2do Primaria	3ero Primaria
Región Este	(2,500 + 625)= 3,125		
Región Sur			
Distrito Nacional			

$$3) B + C \quad B = \begin{pmatrix} 400 & 345 \\ 570 & 835 \\ 976 & 450 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 745 & 634 \\ 75 & 785 \\ 534 & 876 \end{pmatrix} \quad B + C = \begin{pmatrix} \_ + (\_) & \_ + (\_) \\ \_ + (\_) & \_ + (\_) \\ \_ + (\_) & \_ + (\_) \end{pmatrix}$$

$$B + C = \begin{pmatrix} \_ & \_ \\ \_ & \_ \\ \_ & \_ \end{pmatrix}$$

*Empieza haciendo lo necesario, después lo posible, y de repente te encontrarás haciendo lo imposible (Fernando de Asis)*

2. La distribuidora de electrodoméstico X, hicieron inventario en **San Pedro de Macorís y Hato Mayor del Rey** el 2 de enero del 2024, comprobando que tienen en existencia en la **sucursal de Hato Mayor** 120 neveras, 350 televisores, 430 estufas en el año 2024, en la **sucursal de San Pedro de Macorís** tiene en existencia 586 neveras 600 televisores, 875 estufas , pero en el año 2022 tenía en existencia en la **sucursal de Hato Mayor del Rey** 185 neveras, 458 televisores, 535 estufas, en la **sucursal de San Pedro de Macorís** en el año 2022 tenía en existencia 850 neveras, 796 televisores, 1,090 estufas. **¿Cuántos electrodoméstico se vendieron en el año 2023?**

*Nota debe de hacer una matriz de los electrodomésticos*

$$2) J \times G \quad J = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -5 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$J \times G = \begin{pmatrix} ( ) ( ) + ( ) ( ) & ( ) ( ) + ( ) ( ) & ( ) ( ) + ( ) ( ) \\ ( ) ( ) + ( ) ( ) & ( ) ( ) + ( ) ( ) & ( ) ( ) + ( ) ( ) \end{pmatrix}$$

$$J \times G = \left( \begin{array}{c} \underline{\quad} + \underline{\quad} \\ \underline{\quad} + \underline{\quad} \\ \underline{\quad} + \underline{\quad} \end{array} \right) \quad J \times G = \left( \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \right)$$

2. La empresa empanada Mañon vende tres tipos de empanada **A, B y C** dependiendo del tamaño, para diferentes clientes. Quesos: Gouda, Cheddar y Mozzarella. Donde la bandeja A tiene 35 g de quesos Gouda, 45 g de queso Cheddar y 65 g de queso Mozzarella. La bandeja B tiene 42 g de quesos Gouda, 52 g de queso Cheddar y 55 g de queso Mozzarella. la bandeja C tiene 52 g de quesos Gouda, 65 g de queso Cheddar y 70 g de queso Mozzarella. La empanera Mañon ha decidido sacar 30 bandejas del tipo A, 45 bandejas del tipo B y 70 bandejas del tipo C.

**Determina matricialmente la cantidad que necesitan en kilogramos, de cada una de las tres clases de quesos.**

*Nota: recuerda que un kg=1,000 gramos*

### 15. RESUELVE LA DETERMINANTE DE LAS SIGUIENTES MATRICES 2 X 2.

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = [( ) ( ) ] - [( ) ( ) ] = \quad \det(A) = [( ) ] - [( ) ] =$$

$$\det(A) \text{ o } |A| = \underline{\quad}$$

### 16. RESUELVE LAS DETERMINANTES DE LAS SIGUIENTES MATRICES 3 X 3 POR DOS MÉTODOS CONOCIDOS.

*Nota: Agregando dos columnas a la matriz original*

$$1) I = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \quad \det(I) \text{ o } |I| \quad I = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$|I| = [( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( ) ] -$$

$$[( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( )]$$

$$|I| = [( ) + ( ) + ( )] - [( ) + ( ) + ( )]$$

$$|I| = [( ) ] - [( ) ] = \quad \det(I) \text{ o } |I| = \underline{\quad}$$

*Nota: Agregando dos filas a la matriz original*

$$2) I = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \quad \det(I) \text{ o } |I|$$

$$I = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$I = [( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( ) ] -$$

$$[( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( ) + ( ) ( ) ( )]$$

$$I = [( ) + ( ) + ( )] - [( ) + ( ) + ( )] \quad I = [( ) ] - [( ) ] =$$

## 19. DETERMINA LA MATRIZ INVERSA POR MÉTODO DE LOS COFACTORES

Nota: Demuestra la matriz de identidad || Visualiza la matriz 1 de la página 98.

$$K^{-1} = \frac{1}{\text{Det } K} \text{adj}(K) \quad A_{fc} = (-1)^{f+c} \begin{pmatrix} a_{f,c} & a_{f,c} \\ a_{f,c} & a_{f,c} \end{pmatrix}$$

1)  $K^{-1}$        $K = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

## 20. DETERMINA EL TÉRMINO QUE FALTA EN LAS SIGUIENTES MATRICES CONOCIENDO LA DETERMINANTE.

1)  $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ n & 4 \end{pmatrix}; \rightarrow |A| = 38$

3)  $D = \begin{pmatrix} 3 & n & 5 \\ -4 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \rightarrow |D| = -36$        $\begin{pmatrix} 3 & n & 5 \\ -4 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} = -36$

## 2. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES (SEL) DOS POR DOS (2 POR 2)

1. Si por un sobre de café y una libra de azúcar me cobraron RD\$55.00 y luego, comprando al mismo precio dos sobres de café y tres libras de azúcar me cobraron RD\$135.00 **¿Cuánto cuesta una libra de azúcar y un sobre de café?**

## 3. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES (SEL) TRES POR TRES (3 POR 3)

2. Tres hermanos, Juan, Pedro y Joaquín trabajaron un día y los tres juntaron \$125. Después Juan trabajó 3 días, Pedro 4 días y Joaquín 2 días en la misma compañía y los tres juntaron \$360. Después Pedro trabajó 1 día, Juan 4 días y Joaquín 3 días, esta vez juntaron \$305.  
**¿Cuántos ganaban cada uno por día? Leer bien**

## SABERES PREVIOS: ESTADÍSTICA RECOLECCIÓN, ORGANIZACIÓN E INTERPRETACIÓN DE DATOS

### 1. SELECCIONA LA RESPUESTA.

1. Es el nombre que recibe un **estudio estadístico** cuando se selecciona un subconjunto de una población.

- a) Muestra      b) Media Aritmética      c) Moda      d) Mediana

2. La diferencia entre el **mayor y el menor** valor de la variable en Estadística

- a) Muestra      b) Media Aritmética      c) Moda      d) Mediana

3. Es el valor con la **mayor frecuencia absoluta**

- a) Muestra      b) Media Aritmética      c) Moda      d) Mediana

4. Es la suma de los valores de la muestra de datos dividida por el **número total** de estos valores

- a) Muestra      b) Media Aritmética      c) Moda      d) Mediana

## 2. RESUELVE EL SIGUIENTE EJERCICIO

1. Los siguientes datos corresponden a las calificaciones de 12 estudiantes de 1er grado de secundaria:

**90, 85, 65, 72, 66, 56, 82, 86, 84, 95, 95.** Encuentra

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- a) Mediana.      b) Media aritmética.      c) Moda      d) Rango

*Proverbios 3: 5 Fíate de Jehová de todo tu corazón, Y no te apoyes en tu propia prudencia.*

## 3. RESUELVE EL SIGUIENTES PROBLEMA

1. Las edades de un grupo de estudiantes de 10 años a 13 años. Hicieron una carrera de 300 metros y obtuvieron los siguientes resultados en minutos, como se muestra en el gráfico. Completa la siguiente tabla acerca de las edades de los alumnos

**Determina: La Frecuencia Relativa, el % y el grado (para poder hacer el gráfico). (Usar transportador)**

<i>Datos</i>	<i>Frecuencia Absoluta</i>	<i>Frecuencia Relativa</i>	<i>% (porcentaje)</i>	<i>Grado</i>
<i>13 años</i>	<i>3 minutos</i>			
<i>Total</i>	<i>20 minutos</i>			

# COMPETENCIA: ESTADÍSTICA

## 1. INVESTIGA LA UTILIDAD DE LA ESTADÍSTICA EN LA VIDA DIARIA

### 1. SELECCIONA LA RESPUESTA.

14. Valor del elemento que es mayor a un porcentaje (tomado por grupos de 10%)

- a) Cuartiles      b) Percentiles      c) Deciles      d) Quintiles

15. Son los 99 valores que dividen la serie de datos en 100 partes iguales.

- a) Cuartiles      b) Percentiles      c) Deciles      d) Quintiles

**16. Valor del elemento que es mayor a un porcentaje (tomado por grupos de 20%)**

- a) Cuartiles                      b) Percentiles                      c) Deciles                      d) Quintiles

**17. Es la variación o diferencia entre el dato mayor y el dato menor de un conjunto de datos u observaciones.**

- a) Rango                      b) Inferencia                      c) Variable                      d) Recolección

**18. Es el promedio de la distancia (o diferencias) entre todas las observaciones y la media aritmética.**

- a) Muestra                      b) Desviación Media                      c) Moda                      d) Mediana

**19. Se considera como el promedio de los cuadrados de las diferencias entre cada dato y la media aritmética del conjunto.**

- a) Varianza                      b) Desviación Típica                      c) Moda                      d) Mediana

**20. Es la raíz cuadrada de la varianza**

- a) Desviación Media                      b) Desviación Típica                      c) Moda                      d) Mediana

## **1. COMPLETA CORRECTAMENTE LOS ESPACIOS EN BLANCO, CON LOS ENUNCIADOS MÁS ABAJO**

**Varianza ( $\sigma^2$ ), Quintiles ( $Q_n$ ), Gráfico de Barras, Muestra, Probabilidad, Deciles ( $D_n$ ), Mediana ( $Me$ ), Desviación Estándar o Típica ( $\sigma$ ), Media, Población, Variable Aleatoria, Cuartiles ( $Q_n$ ), Muestreo, Moda ( $Mo$ ), Percentiles ( $P_n$ ).**

11. \_\_\_\_\_ valor del elemento que es mayor a un porcentaje (tomado por grupos de 10%).

12. \_\_\_\_\_ valor del elemento que es mayor a un porcentaje (tomado por grupos de 25%)

13. \_\_\_\_\_ valor del elemento que es mayor a un porcentaje (tomado por grupos de 20%).

14. \_\_\_\_\_ función que asigna un valor numérico a cada elemento de una muestra aleatoria.

15. \_\_\_\_\_ Es el tipo de gráfico que más se utiliza para representar un conjunto de datos que han sido previamente agrupados en clases.

*Dios nos hizo perfectos y no escoge a los capacitados, sino que capacita a los escogidos. Hacer o no hacer algo, sólo depende de nuestra voluntad y perseverancia. (Albert Einstein).*

## **La Media Geométrica**

**La media geométrica** se usa para mostrar los efectos multiplicativos en el tiempo de los cálculos del interés compuesto y la inflación.

$$M_G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n} \quad \text{Factor de Crecimiento } FC = 1 + \left(\frac{t_i}{100}\right) \quad t_i =$$

**tasas de interés**

Tiene una amplia aplicación en los negocios y en la economía, debido a que con frecuencia se está interesado en establecer el cambio porcentual en las ventas en el producto interno bruto o en cualquier serie económica.

## 1. DADOS LOS SIGUIENTES EJERCICIOS, DETERMINA LA MEDIA GEOMÉTRICA.

a) de 3 y 5	b) de 3, 4, 6, 8 y 12
-------------	-----------------------

## 2. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE MEDIA GEOMÉTRICA

*Nosotros sabemos lo que somos, pero no lo que podemos ser. (Shakespeare)*

6. La empresa Mejía Alcalá, atrae a sus clientes con la venta de leche a un precio 4% menor que la empresa X. Los siguientes son los precios de un galón de leche durante un periodo de 2 meses. **¿Cuál es el cambio porcentual promedio del precio en la tienda Mejía Alcalá?**

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6	Semana 7	Semana 8
\$4.20	\$4.32	\$4.45	\$4.78	\$4.65	\$4.28	\$4.38	\$4.46

La **media armónica** es una cantidad finita de números es igual al recíproco, o inverso, de la media aritmética de los recíprocos de dichos números

$$H = M_a = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

La familia Zorrilla decide hacer un viaje desde Higüey a Barahona, que hay una distancia aproximadamente de 345 km. Por lo que cubre los primeros 90 km a 75 km/h, los siguientes 125 km a 95 km/h, los siguientes 85 km a 105 km/h y la distancia restante a 70 km/h.

**Determina:**

- Distancia del último tramo recorridos.
- La velocidad media recorrida.

*Lucas 1:37 Porque nada hay imposible para Dios.*

## La Media Aritmética

1. DADOS LOS SIGUIENTES DATOS DE UNA MUESTRA QUE SE OBTUVIERON SOBRE LA CANTIDAD DE HIJOS EN UNA CASA. DETERMINE:  $C_1, Q_1, Q_2, Q_3, D_7,$

2	5	8	4	7	5	10	5	5
---	---	---	---	---	---	----	---	---

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$

## MEDIDAS DE DISPERSIÓN DATOS NO AGRUPADOS.

1. A Los estudiantes de 3ero de Electrónicas se le está haciendo un test psicológico, para saber su rapidez de razonamiento, cuyos resultados fueron: 26, 15,36,28,18,23,32,38,34,27.

15	18	23	26	27	28	32	34	36	38
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Media  $\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$       Desviación Media  $DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + |x_4 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$

Varianza  $= \sigma^2 = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|^2}{n-1} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2 + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$

$\sigma = \text{desviación estandar o desviación típica} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \sigma > 0$

a) Determina: la media, la desviación media, la varianza y la desviación típica.

7. UNA ENCUESTA REALIZADA A 20 ESTUDIANTES DE LA EMPRESA X, SOBRE SU PESO (EN LIBRAS), SE OBTUVIERON LOS SIGUIENTES RESULTADOS:

**PESO (EN LIBRAS)**

260	145	134	151	239	217	121	137	119	110
196	119	175	121	128	104	114	139	186	156


- a) Construye la tabla de distribución de frecuencias con un intervalo de clase de 20 libras (Ej.: Iniciando de 101-120).
- b) ¿Cuántos estudiantes tienen como máximo 180 libras?
- c) ¿Qué porcentaje de estudiantes pesa más de 200 libras?

## COMPETENCIA: PROBABILIDAD

### 1. INVESTIGA LA UTILIDAD DE LA PROBABILIDAD EN LA VIDA DIARIA

#### PROBABILIDAD DE SUCESOS COMPATIBLES E INCOMPATIBLES

SUCESOS COMPATIBLES	SUCESOS INCOMPLATIBLES
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

#### 1. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE PROBABILIDAD

Edad (en años)	Sexo	TOTAL
----------------	------	-------

1. Observa la tabla siguiente correspondiente a las edades y al sexo de una muestra de personas escogidas al azar y calcula la probabilidad especificada.

	Masculino	Femenino	
<20	15	19	34
20<30	20	12	32
30<40	14	28	42
40<50	10	8	18
50<60	6	2	8
TOTAL	65	69	134

a) ¿Cuál es la probabilidad de escoger de la muestra una persona con edad menor que 20 años?

b) ¿Cuál es la probabilidad de elegir una mujer de más de 40 años?

c) ¿Qué probabilidad hay de elegir una persona de sexo masculino perteneciente al grupo de edad  $20 \leq 30$ ?

d) Elegir al azar una persona que sea femenina o de edad comprendida  $50 < 60$  años

e) Elegir al azar una persona que sea masculino o de edad comprendida de  $20 < 30$  años.

*Salmo 3:3 Mas tú, Jehová, eres escudo alrededor de mí; Mi gloria, y el que levanta mi cabeza.*

## VARIACIONES SIN REPETICION

$$V_{m,n} = m(m-1)(m-2)(m-3) \dots (m-n+1)$$

### 1. ENCIERRA LA LETRA DE LA ALTERNATIVA CORRECTA

1. Son los diferentes grupos que pueden formarse con los  $N$  elementos dados, tomados de  $n$  en  $n$ , de modo que dos grupos difieren entre sí cuando, al menos, un elemento es distinto

a) Permutaciones      b) Combinaciones      c) Variaciones      d) Análisis Combinatorio

2. Son los distintos grupos de  $n$  elementos distintos que se pueden hacer con los  $m$  elementos que tenemos, de forma que dos grupos se diferencian en algún elemento o en el orden de colocación.

a) Permutaciones con repetición      b) variaciones con repetición  
c) Variaciones sin repetición      d) permutaciones sin repetición

2. DETERMINA EN CADA CASO EL VALOR DE M EN CADA VARIACIÓN.      a)  $V_{8,5} =$

## PERMUTACIONES SIN REPETICIÓN

Una **permutación** es un arreglo de todos o parte de un conjunto de objetos tomando en cuenta el orden de su ubicación.

Ver ejemplos en [www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com)

$P_m = m!$	$m! = m(m-1)(m-2)(m-3) \dots$
------------	-------------------------------

### 1. ENCIERRA LA LETRA DE LA ALTERNATIVA CORRECTA.

1. Son los distintos grupos de  $n$  elementos distintos que se pueden hacer, de forma que dos grupos se diferencian únicamente en el orden de colocación.

- a) Permutaciones con repetición                      b) variaciones con repetición  
 c) Variaciones sin repetición                      d) permutaciones sin repetición

**2. Son los distintos grupos de n elementos que se pueden hacer de forma que, en cada grupo, cada elemento aparezca el número de veces indicado y que dos grupos se diferencian únicamente en el orden de colocación.**

- a) Permutaciones con repetición                      b) variaciones con repetición  
 c) Variaciones sin repetición                      d) permutaciones sin repetición

**2: RESUELVE LAS SIGUIENTES PERMUTACIONES SIN REPETICIÓN.**

Para ver ejemplos visita [www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com)

d)  $P_{10} =$

**COMBINACIONES**

Se llama combinaciones de m elementos tomados de n en n ( $m \geq n$ ): a todas las agrupaciones posibles que pueden hacerse con los m elementos de forma que:

- a) No entran todos los elementos  
 b) No importa el orden  
 c) No se repiten los elementos.

$$C_{m,n} = \binom{m}{n} = \frac{V_{m,n}}{P_n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

**1. RESUELVE LAS SIGUIENTES COMBINACIONES.**

Para ver ejemplos visita [www.edicioneszorrilla.com](http://www.edicioneszorrilla.com)

d)  $C_{6,3} =$

m = \_\_\_\_\_

n = \_\_\_\_\_

**DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

Una distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta que describe el número de éxitos al realizar n experimentos independientes entre sí, acerca de una variable aleatoria.

$$\left\{ P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \right\} \quad \left\{ P(x) = \left( \frac{m!}{n!(m-n)!} \right) p^x (1-p)^{n-x} \right\}$$

n= es el número de pruebas      x= es el número de éxito      p= es la probabilidad de obtener un éxito  
 Q= es la probabilidad de obtener un fracaso, que se calcula  $q=1-p$       m! = m factorial      n! = n factorial

**1. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS**

1. En un curso de 20 estudiantes, la probabilidad que tiene cada uno de aprobar el curso completo es de 65 %. ¿Cuál es la probabilidad de que 16 estudiantes aprueben el curso?

m = \_\_\_\_\_      n = \_\_\_\_\_      x = \_\_\_\_\_      p = \_\_\_\_\_      q = 1 - p = \_\_\_\_\_

11. Un estudio ha mostrado que, en el barrio de los Restauradores, el 55% de los hogares tienen al menos dos tabletas. Se elige al azar una muestra de 60 hogares en el citado barrio. Se pide:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 15 de los citados hogares tengan cuando menos dos tabletas?  
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 28 y 35 hogares tengan cuando menos dos tabletas?

## VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

### ESPERANZA MATEMÁTICA o VALOR ESPERADO

La **esperanza matemática** o **valor esperado** de una variable aleatoria discreta es la suma del producto de la probabilidad de cada suceso por el valor de dicho suceso.

$$\mu = E(x) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \dots + x_i \times p_i \quad \sum_{i=1}^n x_i \times p_i \quad \sum p(x_i) = 1$$

1) Si una persona compra un billete en una rifa, en la que puede ganar en el **primer premio \$500,000** ó un **segundo premio de \$300,000** con probabilidades de: **0.0004** y **0.0007**. ¿Cuál sería el **precio justo para pagar por el billete?**

*Colosenses 3:20 Hijos, obedeced a vuestros padres en todo, porque esto agrada al Señor.*

2) A Ernesto mi Vecino le gusta mucho el juego de azar y realiza un juego, siendo estas las condiciones si lanza dos monedas. **Gana \$1 ó 2 pesos** si aparecen una o **dos caras**. Por otra parte, **pierde \$4 pesos** si no aparece **cara**. Determinar la **esperanza matemática** del juego y si éste estas condiciones le convienen.

$$E = \{(\_, \_); (\_, \_); (\_, \_); (\_, \_)\}$$

$$p(c + 1) = \_ \quad p(2c + 2) = \_ \quad p(0c - 4) = \_$$

$$\mu = E(x) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2$$

### RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DE ESPERANZA MATEMÁTICA

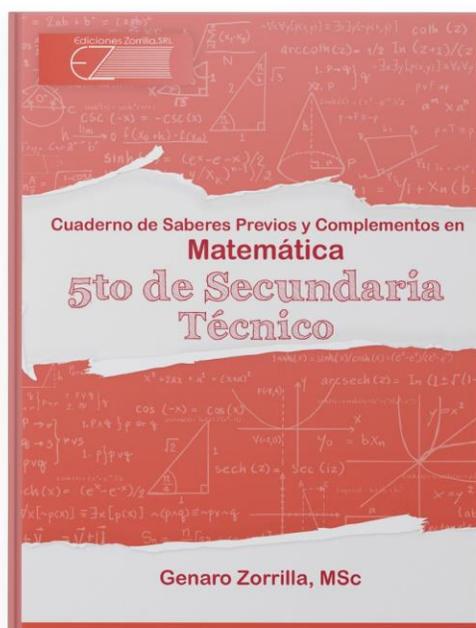
5. Siendo el valor esperado o esperanza matemática **8.79** y dados valores para la variable aleatoria  $X_i$  y la probabilidad de que ocurra  $Px_i$ ; ¿cuál es el valor de las variables **M** y **K** en la siguiente tabla?

$X_1$	1	3	5	8	<b>K</b>	12	14
$P(X_1)$	0.08	0.10	0.13	<b>M</b>	0.16	0.18	0.20

Ha visualizado la muestra del Cuadeno de Reforzamiento y Competencias de **5to de Secundaria Técnico** de Ediciones Zorrilla.

Si deseas obtener este material, o informaciones para poder implementarlo en tu Centro Educativo

Contáctanos: 1 (809) 804-8695 ||  
1 (809) 530 2883 ||  
edicioneszorrilla@gmail.com



Únete a nuestro grupo de **telegram** , para obtener acceso a talleres y materiales **gratis**.



Escanéalo para solicitar los enlaces o escríbenos al Whatsapp para obtener el enlace del grupo

 809 - 804 - 8695

   /EdicionesZorrilla

Ediciones Zorrilla,SRL